

IL DIBATTITO SULLA "VIS VIVA" TRA CARTESIANI E LEIBNIZIANI

L'idea di conservazione di Huygens non fu l'unica. Prima di considerarne gli sviluppi ci soffermeremo su altri due importanti contributi: quello di Cartesio e quello di Leibniz. Cartesio nei suoi *Principia Philosophiae* (1644) dice:

Dopo aver esaminato la natura del movimento bisogna che ne consideriamo la causa, e poiché essa può essere presa in due maniere, cominceremo dalla prima e più universale, che produce generalmente tutti i movimenti che sono al mondo; considereremo in appresso l'altra la quale fa sì che ogni parte della materia acquisti movimenti che non aveva prima. Per quanto riguarda la prima mi sembra evidente che non ce n'è altra che Dio, che per sua onnipotenza ha creato la materia con il movimento e il riposo, e che conserva adesso nell'universo, col suo concorso ordinario, tanto movimento o riposo quanto ce n'ha messo creandolo. Poiché sebbene il movimento non sia che un modo nella materia che è mossa, essa ne ha pertanto una certa quantità che non aumenta e non diminuisce mai, benché ce ne sia ora più e ora meno in alcune delle sue parti. Ecco perché quando una parte della materia si muove due volte più presto di un'altra, e questa è due volte maggiore della prima noi dobbiamo pensare che c'è tanto movimento nella più piccola che nella maggiore, e che tutte quante le volte il movimento di una parte diminuisce, quello di qualche altra parte aumenta in proporzione. Noi conosciamo anche che è una perfezione in Dio non solamente di essere immutabile nella sua natura, ma anche di agire in un modo che non cambia mai, tanto che, oltre i cambiamenti che vediamo nel mondo e quelli cui crediamo perché Dio li ha rivelati, e che sappiamo accadere o essere accaduti nella natura senza alcun cambiamento da parte del Creatore, non ne dobbiamo supporre altri nelle sue opere per paura di attribuirgli incostanza. Da cui segue che poiché egli ha mosso in molte maniere differenti le parti della materia, quando le ha create, e le mantiene tutte nella stessa maniera e con le stesse leggi ch'egli ha potuto osservare loro nella creazione, conserva incessantemente in questa materia un'uguale *quantità di movimento*.

Da questo brano, in cui viene espressa la legge:

$$\sum m_i v_i = \text{cost}$$

valida per un sistema isolato emergono alcuni aspetti di rilievo della concezione meccanicistica della natura.

Secondo Cartesio tutti gli esseri materiali sono macchine regolate dalle stesse leggi meccaniche, il corpo umano come gli animali, le piante e la natura. Ciò era direttamente in contrasto con la concezione aristotelica della gerarchia della catena degli esseri. Per Cartesio il mondo fisico e organico costituiva un sistema meccanico omogeneo composto di entità qualitativamente simili, ciascuna delle quali obbediva alle leggi meccaniche quantitative rivelate dall'analisi fatta secondo il metodo matematico. Cartesio avanzò anche l'ipotesi che oltre al mondo meccanico esistesse anche un mondo spirituale al quale l'uomo, unico tra gli esseri materiali, poteva partecipare. Quindi l'universo si componeva di due piani orizzontali, uno meccanico e uno spirituale: da allora in poi tale dualismo ha svolto un ruolo fondamentale nello sviluppo del pensiero europeo. Cartesio inoltre fu il primo a ipotizzare che la natura fosse governata nella sua totalità da leggi e identificò le leggi della natura coi principi della meccanica. Le regole quantitative scoperte dagli antichi Greci, infatti venivano chiamate "principi" e così anche Galileo le chiamava "principi", "rapporti", "proporzioni".

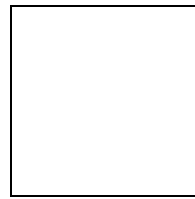
Tra Galileo e Newton c'è il passaggio: il "principio di inerzia" diventa la "prima legge del movimento" - Cartesio quindi supponeva che Dio governasse l'Universo interamente in virtù di "leggi di natura" che erano state stabilite all'inizio del mondo. Una volta creato l'universo la divinità non aveva più interferito minimamente nella macchina creata che continuò a funzionare da se stessa. La quantità di materia e la quantità di movimento presenti nell'universo erano costanti ed eterne come leggi di Dio; ciò era in palese contrasto con la concezione medievale dell'intervento costante di Dio attraverso le gerarchie angeliche: in definitiva si affermava così la concezione del mondo come orologio perfetto.

Infine va notato che Cartesio riteneva possibile dedurre tutti i tratti salienti del mondo naturale argomentando in maniera quasi matematica a partire da principi certi e indubitabili. Per quanto riguardava gli esperimenti la loro importanza era relativa: erano considerati più come illustrazione che come la base empirica per risalire induttivamente a leggi generali.

La filosofia di Cartesio incontrò l'ostilità dei teologi cattolici del XVII secolo; giacché essa

rivaleggiava col sistema di Aristotele. Cartesio forniva alternative costruttive sia al metodo che alla cosmologia di Aristotele, anche se egli forse ebbe meno successo del suo illustre predecessore: non riuscì a unificare in un sistema unitario tutte le più significative correnti intellettuali che si erano affermate nella filosofia della natura di quel tempo. Bacone aveva proposto un altro concetto di metodo scientifico, mentre Galileo e Keplero, nei loro campi, avevano dato del metodo matematico una formulazione più adeguata alla scienza. Newton inoltre doveva fornire il sistema del mondo più definitivo e duraturo del XVII secolo, utilizzando il metodo galileiano più che quello cartesiano. Cartesio comunque rimane uno dei grandi cardini di quella concezione meccanicistica della natura che ha influenzato profondamente la cultura occidentale del '700 e dell'800 e ancora in una certa misura influenza la cultura odierna

Ritornando più specificatamente alla legge della conservazione della quantità di moto proposta da Cartesio bisogna notare che sebbene a prima vista essa sembrava dare una descrizione corretta delle collisioni in realtà presentava due difetti: 1) la legge, anche se fosse esatta, non riuscirebbe a determinare il risultato di una collisione (Cartesio era consapevole di questo fatto e propose delle regole aggiuntive, però inesatte); 2) la velocità v della formula è una quantità scalare mentre gli esperimenti indicavano che i risultati di una collisione dipendevano anche dalle direzioni del moto degli oggetti in collisione. Pertanto per gli scienziati che accettavano la concezione meccanicistica cartesiana, con l'importanza attribuita ai moti e agli urti di piccole parti di materia (Cartesio sosteneva una teoria dei vortici in uno spazio pieno di materia), era necessaria una formulazione corretta. Nel 1662 fu organizzata la Royal Society e per gli sforzi congiunti di alcuni suoi fondatori (Hooke, Wren, Wallis) e di Huygens si arrivò nel 1669 al risultato corretto: il "momento" totale di un sistema si conservava:



Sfortunatamente però per la concezione dell'orologio perfetto la nuova legge di conservazione del momento non garantisce il moto perpetuo dell'universo a meno che tutte le collisioni non siano perfettamente elastiche. Sembrava quindi che la conservazione del momento (vettore) avesse dimostrato la non conservazione della quantità di moto (scalare) di Cartesio e quindi del moto dell'universo nel suo complesso (considerando valida la conservazione della materia). Di lì a poco però si sarebbe scoperta la conservazione delle "forze vive" (scalare) e quindi si sarebbe riaperto il discorso. La conservazione delle "forze vive" poneva rimedio, almeno per le collisioni elastiche, al primo difetto della legge cartesiana su menzionato: forniva lo strumento per determinare il risultato di una collisione, note le masse e le velocità iniziali.

In un famoso articolo del 1686 Leibniz si contrappone alla concezione cartesiana e dà vita ad una lunga polemica, che è ancora oggetto di approfondite analisi storiche. Il titolo del lavoro di Leibniz è molto esplicito: *Breve dimostrazione di un errore memorabile di Descartes e di altri concernente la legge naturale secondo la quale essi affermano che la stessa quantità di moto è sempre conservata da Dio, una legge che essi usano in maniera erronea nei problemi meccanici.*

Qual'è la posizione di Leibniz? Leibniz accetta, come Cartesio, che esista in natura un principio generale di conservazione (pur non basando questa convinzione sul riferimento a Dio). Ma cos'è che si conserva? Si conserva nel mondo la totale "potenza motrice". Infatti nessuna forza motrice può essere persa da un corpo senza essere trasferita in un altro, nè può essere aumentata "perché non esiste il *perpetuum mobile*" e nessuna macchina neanche il mondo inteso come un tutto è capace di mantenere la sua forza senza un impulso addizionale esterno.

Abbiamo qui dunque delineati due elementi: un principio di conservazione ed una indicazione della quantità conservata: la somma della forza motrice di un sistema isolato. All'interno del sistema tale forza motrice può essere trasferita da una parte all'altra. Ma come si misura questa forza motrice? Non, dice Leibniz, con la quantità di moto mv .

Fig.10 Esempio di Leibniz

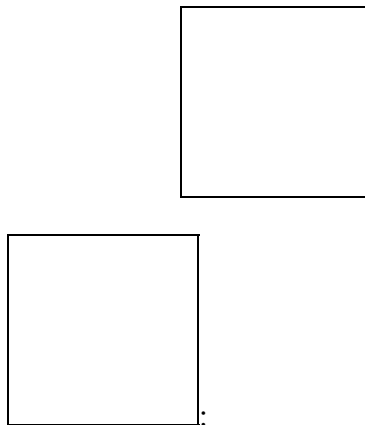
L'argomentazione di Leibniz è la seguente: Egli considera due corpi di differente peso: m e $4m$, e assume che il primo sia portato dalla posizione di riferimento all'altezza $4h$ ed il secondo all'altezza h . Leibniz assume esplicitamente che "un corpo che cade da una certa altezza acquista una forza motrice tale da permettergli di risalire alla stessa altezza" (trascurando gli attriti). A questo proposito cita esplicitamente gli esperimenti con i pendoli.

Egli assume anche che lo stesso lavoro è necessario per sollevare il peso $4m$ all'altezza h di quello necessario a sollevare il peso m all'altezza $4h$. Da queste due assunzioni segue che quando i due corpi, cadendo dalle rispettive altezze, raggiungono la posizione di riferimento essi posseggono la stessa *vis motrix* (capacità di compiere lavoro). Infatti:

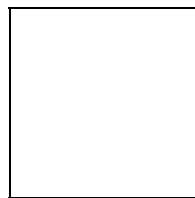
$$(4m) hg = m (4h)g$$

Ma qual'è la misura corretta di questa capacità di compiere lavoro? Dalla relazione di Galileo:

si ha:



poiché:



cioè il corpo che cade da $4h$ avrà una velocità finale doppia del corpo che cade da h . Pertanto la quantità di moto cartesiana mv non può essere la misura esatta della capacità di compiere lavoro. Quest'ultima deve essere misurata da mv^2 (*vis viva*). Infatti:

$$4m (v_h)^2 = m(v_{4h})^2$$

I due sistemi, avendo uguali capacità di compiere lavoro (uguale forza motrice) hanno la stessa forza viva mv^2 .

Pertanto la forza motrice va misurata con la mv^2 e ciò che si conserva in un sistema isolato è la

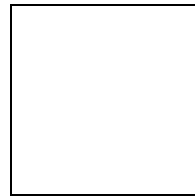
Σmv^2 .

Occorre precisare, per capire la successiva storia del principio di conservazione dell'energia, le differenze tra Cartesio e Leibniz da una parte e Leibniz e Huygens dall'altra. Cosa intendevano Cartesio e Leibniz per "forza"? Secondo una linea interpretativa che risale a D'Alembert (*Traité de Dynamique, 1743*) il problema era di carattere formale.

D'Alembert pose infatti in evidenza che i due punti di vista dipendevano da una confusione terminologica e che, a suo parere, la controversia poteva essere risolta con opportune definizioni. Infatti il concetto cartesiano di forza implica che si misuri l'efficacia di una forza dai suoi effetti nel tempo ovvero con l'integrale in dt della forza; ma questo è proprio il cambiamento del momento della particella su cui agisce la forza; nel caso di una particella di massa m dalla 2^a legge di Newton:

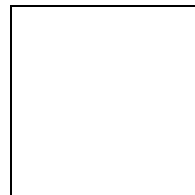
$$F = d(mv)/dt$$

si ricava:



dove il secondo membro è la differenza tra i valori del momento agli istanti t_0 e t_1 , tra i quali si assume che la forza agisca.

D'altra parte è perfettamente possibile misurare l'efficacia della forza dai suoi effetti nello spazio, e ciò era in definitiva quello che aveva in mente Leibniz. Con notazione odierna (nel caso particolare del moto di una particella lungo l'asse x):



ovvero l'effetto cumulativo della forza sulla distanza (il primo membro, ciò che oggi viene definito lavoro fatto dalla forza) è uguale al cambiamento della quantità $1/2mv^2$ tra le due posizioni x_1 e x_0 , effettuato per l'azione della forza.

Abbiamo detto che D'Alembert aveva risolto formalmente la controversia: in effetti le discussioni nell'ambiente dei dotti dell'epoca continuarono ancora a lungo e questo è un ulteriore chiaro indice che si scontravano non solo due modi diversi di misurare la forza (su questo punto le chiarificazioni di D'Alembert si possono considerare definitive) ma due concezioni completamente diverse della forza e in definitiva due concezioni completamente diverse della visione meccanicistica della natura.

In particolare col riconoscimento della legge d'inerzia e con l'accettazione del principio di conservazione del movimento si presentavano due possibilità di tipo alternativo: o concepire la forza come causa della variazione del moto o abolire del tutto la nozione di forza. In ogni caso la velocità in quanto tale non poteva più essere considerata come l'indicazione dell'esistenza di una forza o come indicazione della misura di quest'ultima. Cartesio si opponeva all'esistenza di forze attrattive di tipo newtoniano: la sua assoluta dicotomia tra pura materia e puro spirito era incompatibile con l'assunzione di forze esercitate dalla materia stessa in quanto le forze ai suoi occhi erano ancora nozioni di tipo pressoché psichico. Le uniche caratteristiche della materia erano l'estensione e l'eterno movimento. Rifiutando quindi l'azione a distanza

Cartesio elaborò la teoria dei vortici per rendere ragione dei lontani moti celesti. Il programma cartesiano era in realtà quello di geometrizzare la fisica, programma troppo arduo forse per essere realizzato ancor prima che nascesse la meccanica classica, ma che avrà in seguito indubbie connessioni con il programma einsteiniano. Cartesio era per l'abolizione della forza a distanza ma nell'azione per contatto (in particolare l'urto delle particelle d'etere che riempivano tutto lo spazio e costituivano i vortici) legava il concetto di forza alla quantità di moto.

E' proprio contro questo concetto di forza motrice misurato dalla quantità di moto che si scaglia Leibniz nel suo famoso articolo su citato.

Cos'era infatti per Leibniz la forza? A rigor di termini il concetto di forza di Leibniz coincide con quella che oggi viene definita l'energia cinetica, con la differenza però che egli la considerava come un principio vitalistico, inerente alla materia e identico alla natura più intima della materia stessa: "Per dare un saggio delle mie concezioni mi è sufficiente spiegare che la nozione di forza o virtù, che i Tedeschi chiamano *Kraft* e i Francesi *force*, e per esporre la quale io ho elaborato una scienza particolare della dinamica, chiarisce di molto la comprensione del concetto di sostanza. In effetti la forza differisce dal concetto di mera potenza così familiare alla Scolastica in quanto questa potenzialità o facoltà non è altro che una possibilità pronta ad agire, la quale necessita, però, di un'eccitazione o di uno stimolo esterni per poter passare all'atto. Ma la forza attiva contiene un certo atto o entelechia e si trova a mezza strada tra la facoltà dell'agire e l'azione stessa; essa implica lo sforzo, e così passa di per se stessa all'operazione; nè ha bisogno di alcun ausilio ma semplicemente della rimozione dell'impedimento."

Jammer nota l'interesse di queste osservazioni per la storia della fisica " non solo perché affermano uno status ontologico indipendente per il concetto di forza leibniziano, ma anche perché sostengono a gran voce una nuova scienza particolare - indicata forse per la prima volta con il nome di dinamica - intesa come studio e ricerca delle sue manifestazioni entro la natura.

"Leibniz non era solo un teologo e metafisico, ma anche un fisico e matematico. Non c'è pertanto, da stupirsi che egli stesse cercando una determinazione qualitativa e quantitativa del proprio concetto di forza nell'ambito dello schema concettuale della fisica". La determinazione qualitativa si riferisce al principio d'inerzia: per Leibniz l'inerzia è una *vis insita* reale in senso dinamico; lo stato di variazione continua di luogo implica un certo sforzo, questo deve essere il risultato di una forza o attività interna al corpo in moto non potendo per il principio d'inerzia essere esterna.

La determinazione quantitativa del concetto di forza è stata su esposta e in relazione a quanto detto prima sull'intuizione in Leibniz di un principio di conservazione va notato che Leibniz concepiva gli atomi come elastici (in accordo alla sua monadologia) e questa assunzione gli rese possibile di sostenere con coerenza la conservazione della "forza" nell'universo. In effetti Huygens aveva dimostrato la conservazione di mv^2 per urti elastici: per Leibniz la perdita di "forza" in urti anelastici è solo apparente: si "obietta che quando due corpi soffici o non elastici si incontrano, perdono un po' della loro forza...E' vero, essi ne perdono un po' rispetto al loro moto totale; ma questa frazione è ricevuta dalle loro parti, scosse dalla forza dell'urto. Questa perdita è pertanto solo apparente. Le forze non sono distrutte, ma disperse tra le parti piccole. I corpi non perdono le loro forze; ma questo caso è lo stesso che si ha quando gli uomini cambiano denaro in moneta spicciola".

E' fin troppo facile dal punto di vista odierno leggere in questo brano un'anticipazione della trasformazione dell'energia in un urto anelastico da cinetica a molecolare. Da parte di Leibniz questa è anche una polemica contro i newtoniani che ritenevano che la "forza" diminuisse costantemente negli urti anelastici e che quindi Dio avrebbe dovuto rifornire di volta in volta l'universo di nuove "forze" per evitare l'immobilità. Leibniz, come Cartesio, si oppone a questo intervento ricorrente perché è incompatibile col potere e la provvidenza divina: "Egli (Dio) non ha, così sembra, una provvidenza sufficiente a farne un moto perpetuo. Anzi, la macchina dell'azione di Dio è così imperfetta, secondo questi gentiluomini, che egli è obbligato a ripulirla, di volta in volta, ricorrendo a interventi straordinari, e persino a ripararla, come un orologiaio ripara il proprio lavoro; e si tratta di un operaio tanto meno abile quanto più spesso è obbligato a riparare il proprio lavoro e rimetterlo in condizione di ben funzionare. Secondo la mia opinione, la stessa forza e lo stesso vigore restano sempre nel mondo, e si limitano a passare da una parte della materia all'altra, conformemente alle leggi della natura".

E' di estremo interesse notare come queste convinzioni religiose (si confronti col brano di Cartesio) abbiano influito sulla genesi e sullo sviluppo della meccanica: in Cartesio e Leibniz c'è un'idea di conservazione anche perché viene rifiutato l'intervento ricorrente di Dio sull'universo, in Newton questa idea manca ed è presente (nei newtoniani) l'intervento divino.

Pertanto il dibattito tra cartesiani e leibniziani non era meramente un problema di parole. Come nota Planck entrambe le posizioni avevano una stessa radice: il tentativo di definire ciò da cui proviene ogni moto. Entrambi credevano in un principio di conservazione ma scelsero di misurare la quantità conservata tramite valori equivalenti differenti. Indubbiamente, da questo punto di vista, la scelta di Leibniz era più pertinente. Nonostante la validità del principio (vettoriale) della conservazione della quantità di moto, il legame tra la forza viva ed il lavoro (l'effetto della forza in relazione allo spazio) stabilito da Leibniz doveva mostrarsi di straordinaria fertilità.